UAEU جامعة الإمارات العربية المتحدة United Arab Emirates University

The College of Graduate Studies and the College of Science Cordially Invite You to a

Master Thesis Defense

Entitled

ON FRACTIONAL DUNKL-TYPE LAPLACIAN

by

Saba Ibrahim Aldan

ID: 201735236

Faculty Advisor

Prof. Salem Ben Said, Department of Mathematical Sciences

College of Science

Date & Venue

10:00 AM

Monday, 11 Nov 2024

Room 2007, F1 Building

Abstract

This thesis provides a comprehensive study of the fractional Dunkl-type Laplacian operator $(-\|x\|\Delta_k)^{\sigma}$ for $0 < \sigma < 1$, focusing on four key equivalent characterizations: the heat semigroup approach, the pointwise formulation, the spherical mean representation, and through an extension theorem. A significant part of the thesis is devoted to the extension theorem, where, following the approach of Caffarelli and Silvestre for the Euclidean Laplacian, we prove that $(-\|x\|\Delta_k)^{\sigma}$ can be characterized as an operator that maps a Dirichlet boundary condition to a Neumann-type condition via an extension PDE problem. Further, a Poisson formula for the extension was established. These four characterizations provide distinct perspectives on the operator $\|x\|\Delta_k$, extending Euclidean Laplacian results to include reflection symmetries and revealing connections between the fractional operator $(-\|x\|\Delta_k)^{\sigma}$, harmonic analysis, and applications in mathematical physics and PDEs.

Keywords: Dunkl Laplacian, Fractional Laplacian, Generalized Fourier transform, The Heat semigroup, Pointwise convergence, Spherical mean operator, Extension Theorem.

UAEU عمادة المكتبات Libraries Deanship جامعة الإمارات العربية المتحدة United Arab Emirates University

Digital Library Services Section - قسم الخدمات المكتبية الرقمية

UAEU جامعة الإمارات العربية المتحدة United Arab Emirates University

تتشرف كلية الدراسات العليا و كلية العلوم بدعوتكم لحضور

مناقشة رسالة الماجستير

العنوان

على اللابلاس الكسري من نوع دونكل

للطالبة

صبا إبراهيم الدن

الرقم الجامعي: 201735236

المشرف

د. سالم بن سعيد ، قسم علوم الرياضيات
كلية العلوم

المكان والزمان

10:00 صباحاً
الاثنين، 11 نوفمبر 2024
قاعة رقم 2007
مبنى F1

الملخص

تقدم هذه الأطروحة دراسة شاملة لمؤثر لابلاس الكسري من نوع دونكل $(-\|x\|\Delta_k)^\sigma$ حيا $0 < \sigma < 1$ مركزةً على أربع طرق رئيسية للتوصيف المكافئ : نهج شبه المجموعة الحرارية، الصيغة الموضعية، تمثيل المتوسط الكروي، وأيضاً نظرية التمديد. تم تخصيص جزء كبير من الأطروحة لنظرية التمديد، حيث أثبتنا باتباع نهج كافاريلي وسيلفستر للابلاسيان الإقليدي، أن $(-\|x\|\Delta_k)^\sigma$ يمكن أن يُميز كمؤثر ينقل شرط حدود ديريشلي إلى شرط من نوع نويومان عبر مشكلة معادلة تفاضلية. جزئية للتمديد.

علاوةً على ذلك، تم إثبات صيغة بُسُن للتمديد. توفر هذه التوصيفات الأربعة رؤى مميزة حول المؤثر $\|x\|\Delta_k$ حيث يتم تمديد نتائج لابلاس الإقليدية لتشمل تناظرات الانعكاس والكشف عن الروابط بين المؤثر الكسري $(-\|x\|\Delta_k)^\sigma$ ، والتحليل التوافقي، وتطبيقاتهما في الفيزياء الرياضية والمعادلات التفاضلية الجزئية .

كلمات البحث الرئيسية: لابلاس دونكل ، لابلاس الكسري، تحويل فوريه المعمم ، شبه زمرة الحرارة، التقارب النقطي، مؤثر المتوسط الكروي و برهان الامتداد.

UAEU عمادة المكتبات Libraries Deanship جامعة الإمارات العربية المتحدة United Arab Emirates University
Digital Library Services Section - قسم الخدمات المكتبية الرقمية